3) Soit g la restriction de f à l'intervalle I =]0 , 1]. Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J qu'on précisera. Expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

4) a) Etudier les variations de f' sur]0 , 1[. En déduire que $\forall x \in]0,1[,\ f'(x) \geq \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

b) Montrer que l'équation f(x) = x admet une unique solution α dans]0 , 1] et que $\alpha \in]½ , ¾[$.

5) Montrer que g^{-1} est dérivable sur J et que : $\forall x \in J;\ 0 \leq \left(g^{-1}\right)'(x) \leq \frac{2}{3\sqrt{3}}$.

6) Soit u la suite définie sur IN par : $\begin{cases} u_0 \in]-\infty , 2] \\ u_{n+1} = g^{-1}(u_n) \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N};\ u_n \leq 2$ puis

$|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{2}{3\sqrt{3}} |u_n - \alpha|$. Déduire que u cv et préciser sa limite.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn